

# LA ENSEÑANZA DE MATEMÁTICA USANDO LA YUPANA

## TEACHING OF MATHEMATICS USING YUPANA

Fuente: www.yoleo.pe

Recibido: 16/09/2014

Revisado: 17/09/2014

Aceptado: 02/10/2014

Ricardo Vilchez Chumacero<sup>1</sup>

### RESUMEN

**Objetivo:** Determinar el incremento de aprendizaje en matemática con la aplicación del material didáctico yupana en estudiantes de segundo grado de Primaria en instituciones educativas de Huacho durante el período 2012. **Métodos:** El modelo de investigación es de carácter experimental. Consideramos que la hipótesis de investigación: la media del Post-Test es mayor que el Pre-Test. Con el objeto de someter la hipótesis a una prueba crítica, se plantea la hipótesis nula de que la puntuación promedio del Pre-Test es igual o menor que el experimental. **Resultados:** Se prueba la hipótesis, con nivel de significancia del 5%. En el grupo de control el valor calculado de Z de +1,516 es menor que el valor de +1,96; por ello, se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis alterna. La puntuación promedio del Post-Test (13,59) es menor o igual que la puntuación promedio del Pre-Test (11,61). En el grupo experimental el valor calculado de Z de +6,358 es mayor que el valor +1,96; por ello, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa de que la puntuación media del Post-Test (16,23) es mayor que la puntuación media del Pre-Test (11,28). Los profesores tienen una actitud favorable en la usabilidad de la yupana (media=77,58). **Conclusión:** Los rendimientos en matemática de los estudiantes de segundo grado de primaria mejoran un 24% después de aplicar el material didáctico yupana.

**Palabras clave:** Yupana, material didáctico, matemática, enseñanza.

### ABSTRACT

**Objective:** To determine the extent of increase in learning mathematics with application of teaching materials yupana of second graders in primary educational institutions in the period 2012 Huacho **Methods:** The research model is experimental. We consider the hypothesis: the Post-Test average is greater than the Pre-Test. In order to subject the hypothesis to a critical test, the null hypothesis that the average pre-test score is equal to or less than the experimental arises. **Results:** The hypothesis test with a significance level of 5%. In the control group the calculated +1.516 Z value is smaller than the value of +1.96; therefore,

the null hypothesis is accepted and alternative hypothesis is rejected. The average post-test score (13.59) is less than or equal to the average pre-test score (11.61). In the experimental group the calculated value Z from +6.358 value is greater than +1.96; therefore, the null hypothesis is rejected and the alternative that the mean score of the Post-Test (16.23) is greater than the mean score of the pre-test (11.28) are satisfied. Teachers have a favorable attitude on the usability of the yupana (mean = 77.58). **Conclusion:** The performance in mathematics of students in second grade improved by 24% after applying yupana teaching materials.

**Keywords:** Yupana, teaching materials, mathematics, teaching.

### INTRODUCCIÓN

Se trata del análisis de los efectos de la aplicación de material manipulativo yupana, sobre los estudiantes de tres grupos de segundo grado de primaria de tres instituciones educativas de Huacho. En el aspecto cuantitativo, pretendemos verificar si existen diferencias significativas en el rendimiento matemático entre los grupos control y experimental de las tres instituciones educativas Primarias de Huacho, en la aplicación del material. Se utilizó el instrumento Evaluación Censal de Estudiantes (ECE). En la vertiente cualitativa, intentamos averiguar la usabilidad de la yupana por el profesorado, recogidos por un instrumento: el cuestionario System Usability Scale (SUS).



Figura 1. Docente enseñando el uso de la Yupana

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería Pesquera, Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión

En el 2010, Rivas sostiene que el término yupana es un vocablo Quechua que deriva del verbo yupay = contar, yupana es un sustantivo que además de designar a un objeto, ordena que para que sea totalmente útil es necesario contar. Asimismo el término yupana, con la acepción de “tablero de cálculo” resulta ser un neologismo tanto en quechua como en castellano. Es decir, existe la raíz yupa que, aplicada como verbo significa “contar” en sentido de hacer cuentas, calcular. Al respecto Chambi (2003) refiere que:

*Yupa palabra aymara que significa el que empalma, el que enlaza algo con otro, y “na” subfijo en el lugar de ... o de en el sitio de ..., otros términos como yupan, yupanya, yupanki. Este instrumento consta de un tablero principal dividido en celdas cuadradas bidimensionales, donde las celdas sirven para depositar unidades de pequeñas piedrecillas, semillas u objetos similares como: wayruros, huesos, etc. Yupan, ábaco andino, pueden ser de piedra, madera e incluso tejido cuadrícula (p.242).*



Figura 2. Estudiante aprendiendo el uso de la yupana

#### Algunas definiciones de yupana:

En el 2011, Espinoza definió la yupana como un tablero rectangular de cálculo de los matemáticos andinos, quienes se colocaban en la parte más alta de la tabla, al lado de los casilleros con más círculos para evitar movimientos innecesariamente largos. Utilizaban piedrecillas y granos (quinua, maíz), movilizándolos de unos hoyuelos a otros, según sus colores (blanco y negro). Con la yupana llevaban a cabo operaciones de suma, resta, multiplicación y división.

En el 2007, Laurencich & Rossi sostienen que la yupana era la representación de Pachamama, la tierra antropizada, que permitía ordenar la administración del territorio del Tahuantinsuyo, a sus dioses, antepasados y fuerzas sagradas (en forma de números sacros) transformándolos en huacas fijas en el territorio. Las yupanas en forma de damero son un instrumento y un sistema de escritura al mismo tiempo, que con los demás sistemas de escritura andinos (quipu, capacquipu y tocapu). Utilizan signos y materiales distintos, pero perfectamente integrados, también en sus reglas de práctica y lógicas que varían entre la lógica lineal y la lógica holística.

En este trabajo usamos el término yupana referido a un tablero de cálculo para ser empleado como material de enseñanza de matemática en niños de colegios primarios. Existen muchas maneras de clasificar las yupanas. Al respecto Radicati (1990) refiere:

*En relación con su uso, las tablas de escaques fueron interpretadas de tres maneras: como maquetas arquitectónicas, como yupanas o ábacos y como taptanas o tablas empleadas en el juego de azar, especialmente aquellos que se practicaban en cumplimiento de ciertos preceptos o ritos funerarios. (p.231).*

Moscovich (2006) considera que las diferencias morfológicas entre los tableros de escaques (taptanas) ábaco ancestral y la yupana de Guamán Poma (2011) son notables: los tableros de escaques y el ábaco ancestral tienen, en su mayor parte, varios niveles, escaques (cuadrados que dividen el tablero), un número de casillas variable, cuando a veces las casillas son hundidas y a veces están simplemente marcadas con líneas, y en general no se ven casillas de colores.

A continuación se muestran algunos estudios relacionados al material de que estaban construidas las yupanas:

En el 2009, Christie, sostuvo que las yupanas son tablas de calculación andinas; la mayoría de los ejemplares arqueológicos son esculturas en piedra de tres dimensiones mostrando filas de plataformas pequeñas. Propone un patrón que algunas esculturas inca geométricas formando filas de plataformas, asientos o peldaños que se parecen a la yupana eran no sólo lugares donde las ofrendas fueron recogidas, sacrificadas y quemadas, sino también lugares administrativos donde las cantidades de esas ofrendas fueron contadas. Posiblemente usadas como mecanismos de calculación y registración. Al respecto Wassen (1990) sostiene que:

*No hay más que imaginar que un ábaco peruano tuviese que ser invariablemente de un material más o menos sólido como piedra, madera, etc. Es muy probable que a veces consistiese nada más que la figura de un ábaco delineada rápidamente sobre la arena, etc. Y el resultado final anudado en el quipu (p.218).*

#### MATERIAL Y MÉTODOS

La metodología empleada en este trabajo es el método experimental, que consiste en organizar deliberadamente condiciones, de acuerdo con un plan previo, con el fin de investigar las posibles relaciones causa-efecto exponiendo a uno o más grupos experimentales a la acción de una variable experimental y contrastando sus resultados con grupos de control o comparación.

#### Diseño de la investigación

El material didáctico utilizado se denomina yupana, es un material de apoyo en la fase intuitivo concreta del proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática, que facilita la formación de conceptos relacionados con el valor posicional de las cifras en la escritura de los números, relaciones y operaciones aritméticas. La yupana es aplicable tanto para niños de procedencia rural como urbana. Su construcción es simple, pudiendo confeccionarse en microporoso, papel, cartón, triplay, madera o arcilla y piedrecitas o granos como ayudas artificiales.

Los instrumentos que se utilizaron en el estudio de campo fueron:

- Los cuadernillos 1 y 2 de Matemática. Segundo Grado de la prueba ECE 2011 para obtener datos cuantitativos en el pretest y el postest.
- Cuestionario SUS, se utiliza generalmente después de que un usuario ha tenido la oportunidad de utilizar un sistema.

#### Población y muestra

**a. Población:** Constituida por estudiantes y profesores de tres Instituciones Educativas (IE) estatales del Distrito de Huacho, Provincia de Huaura. Las instituciones educativas Julio C. Tello, Mercedes Indacochea y José Mc Namara.

**b. Muestra:** La muestra de los casos investigados estará formada por 199 estudiantes de segundo grado de Educación Primaria de cada uno de los centros, 97 corresponderán al grupo control y otros 102 al grupo experimental al que se aplicará el material didáctico yupana para la enseñanza de matemática. También formarán parte de la muestra los profesores, tanto del grupo control como del grupo experimental.

La muestra es de carácter no probabilístico y no aleatoria, ya que tanto la elección de los grupos de estudiantes con sus profesores fue de tipo voluntario. Las instituciones educativas elegidas para realizar la presente investigación son estatales. Otro criterio de elegibilidad es el hecho de que dispongan de, al menos, dos secciones en el segundo grado de Primaria para poder adjudicar el grupo control y experimental, aleatoriamente teniendo en cuenta el criterio del equipo docente de esta etapa educativa contando con el permiso del Director de la institución educativa. Quedaron excluidas aquellas con una sola sección. Es importante señalar que las tres IE elegidas están en la ciudad de Huacho.

**Los instrumentos:** El test de Evaluación Censal de Estudiantes 2011 (ECE), que se aplicó a los alumnos del segundo grado de Educación Primaria, se considera ya validado por sus autores (Ministerio de Educación) y las distintas aplicaciones que se han realizado a partir de su utilización en múltiples estudios. Por otro lado, el cuestionario SUS fue validado pidiendo a 5 jueces expertos su opinión sobre diferentes aspectos, de los se obtuvo un coeficiente de validez aceptable (88,57%).

El coeficiente Alfa de Cronbach fue utilizado para obtener una medida de confiabilidad. El ECE 2011 es 0,89 para la prueba de Matemática, éstas tienen una alta confiabilidad (Ministerio de Educación, 2013). El instrumento SUS se obtuvo un valor Alfa de Cronbach de 0,889, que es elevado, lo que significa que la medida de la usabilidad con el instrumento SUS tiene una excelente confiabilidad.

### RESULTADOS

Observamos que es más pronunciado el crecimiento del grupo experimental (de 12,28 a 16,23) contra el crecimiento del grupo de control (12,61 a 13,59). Así mismo se aprecia una diferencia en cuanto al número de estudiantes de los grupos de control y experimental. Esta primera impresión hace que se intuya un fuerte efecto de aprendizaje, es decir, que solamente el hecho de realizar la misma prueba una segunda vez hará que aumenten los puntajes. Esta hipótesis se confirma al comparar las medias del grupo control antes y después de la ausencia, en este caso, de intervención. Dicha comparación se ha realizado con la prueba de la diferencia entre dos medias utilizando la distribución normal. Estas medias difieren significativamente como muestran la siguiente tabla.

**Tabla 1. Resultados de la Prueba ECE 2011 por grupos de estudio**

TIPO DE GRUPO	Estadístico	Pre-test	Post-test	Z <sub>c</sub>
Control	Media	11,61	13,59	+1,516
	N	96	94	
	Desv. Tip.	4,428	4,48	
Experimental	Media	11,28	16,23	+6,358
	N	101	100	
	Desv. Tip.	4,65	4,146	

Según los valores de la tabla, los grupos control y experimental, consideramos que la puntuación promedio del Post-Test es mayor que el Pre-Test. Con el objeto de someter la hipótesis a una prueba crítica, se da el beneficio de la duda a la posibilidad contraria y se plantea la hipótesis nula de que la puntuación promedio del Pre-Test es igual o menor que el experimental. Se prueba la hipótesis, con nivel de significancia del 5% de la siguiente manera:

$$H_0: \mu_{(Post-Test)} \leq \mu_{(Pre-Test)} \quad H. \text{ nula}$$

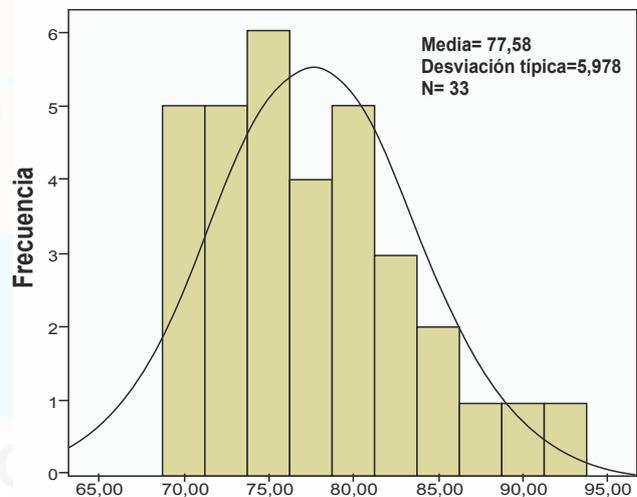
$$H_1: \mu_{(Post-Test)} > \mu_{(Pre-Test)} \quad H. \text{ alterna}$$

$$Z \text{ Crítica } (\alpha = 0,05) = \pm 1,96$$

En el grupo de control el valor calculado de Z de +1,516 es menor que el valor crítico de +1,96 para esta prueba del extremo superior, tal como se muestra en la Tabla 1. Por ello, se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis alterna. La puntuación promedio del Post-Test es menor o igual que la puntuación promedio del Pre-Test en los estudiantes del grupo control.

En el grupo experimental el valor calculado de Z de +6,358 es mayor que el valor crítico de +1,96 para esta prueba del extremo superior. Por ello, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa, donde la puntuación promedio del Post-Test es mayor que la puntuación promedio de los estudiantes del Pre-Test.

Para realizar el análisis de las opiniones de los docentes de las tres instituciones educativas, antes se presentó el material didáctico yupana con el objeto de recordar su funcionamiento, se dejan cinco minutos para que lo practiquen. A continuación se les toma el Test SUS.



**Figura 3.** Descripción del Grupo de docentes por puntuación del Test SUS

Los resultados son:

Prácticamente ocho de cada diez docentes (78,9%) tienen valores entre 70 y 80 puntos en el Test SUS. La media es 77,05.

Se obtienen los siguientes resultados:

Variable: usabilidad de la yupana

Moda: 75

Mediana: 77,5

Media: 77,58

Desviación Típica: 5,978

Puntuación más alta observada (max): 92,5

Puntuación más baja observada (min): 70

Rango = 22,5

Siendo que la media es mayor que la mediana y la moda, resulta evidente que la distribución de valores tiene simetría positiva.

Es decir está sesgada a la derecha.

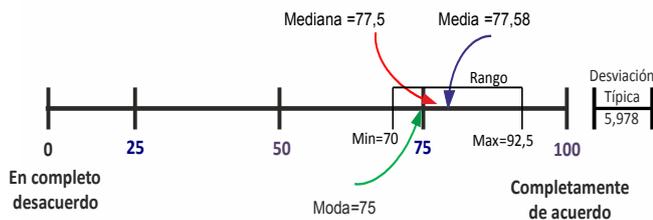


Figura 4. Escala Likert del Cuestionario SUS

Los profesores tienen una actitud favorable en la usabilidad de la yupana. La categoría que más se repitió es 75 (De acuerdo). Cincuenta por ciento de los profesores está por encima del valor 77,5 y el restante 50% se sitúa por debajo de este valor (mediana). Asimismo, se desvían de 77,58, en promedio 5,978 unidades de la escala. Ningún profesor calificó la usabilidad de la yupana en completo desacuerdo. Las puntuaciones tienden a ubicarse en valores medios o elevados.

Los rendimientos en Matemática de los estudiantes de segundo grado de primaria mejoran un 24% después de aplicar el material didáctico yupana. Asimismo las puntuaciones en Comprensión del número y del Sistema de Numeración Decimal, de estudiantes de segundo grado de primaria que utilizaron la yupana en clases de Matemática, el promedio mejora un 14%.

Los puntajes de Nociones aditivas y la Resolución de problemas, de estudiantes de segundo grado de primaria que utilizaron la yupana en clases de Matemática, el promedio mejora un 22%.

## DISCUSIÓN

De acuerdo a las condiciones y características más importantes al momento de aplicar al material didáctico yupana para el aprendizaje de las matemáticas. Se escogió el modelo Radicati (2010) porque aproxima al alumno a los conceptos matemáticos que se enseña en segundo grado de primaria y también facilita a los estudiantes estrategias de resolución de problemas.

Dado que el objetivo final del estudio era valorar la eficacia de una intervención y para tales efectos se habían definido un grupo control (que no iba a recibir ningún tipo de instrucción) y otro experimental (que participaría en una serie de prácticas educativas con vías a mejorar su rendimiento en los dos factores mencionados más arriba), el primer análisis pretendía visualizar la evolución de los dos grupos por separado y para cada factor (de manera paralela).

Consideramos que la hipótesis de investigación: la media del Post-Test es mayor que el Pre-Test. Con el objeto de someter la hipótesis a una prueba crítica, se plantea la hipótesis nula de que la puntuación promedio del Pre-Test es igual o menor que el experimental. Se prueba la hipótesis, con nivel de significancia del 5%. En el grupo de control el valor calculado de Z de +1,516 es menor que el valor de +1,96; por ello, se acepta la hipótesis nula y se rechaza la hipótesis alterna. La puntuación promedio del Post-Test (13,59) es menor o igual que la puntuación promedio del Pre-Test (11,61). En el grupo experimental el valor calculado de Z de +6,358 es mayor que el valor +1,96; por ello, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa de que la puntuación media del Post-Test (16,23) es mayor que la puntuación media del Pre-Test (11,28). Los resultados de la comparación de grupos experimentales de los dos factores dan resultados similares.

Estos resultados confirman a Chirinos (2010) la yupana tiene una valor pedagógico es un hecho que se ha

demostrado en los talleres de capacitación de los años 2008 y 2009 donde participaron más de mil profesores indígenas y mestizos. Tras una breve presentación de la yupana, los maestros quedaban fascinados y casi inmediatamente lo consideraron un instrumento propio. Estos procesos de capacitación docente forman parte del Proyecto de Educación Intercultural Bilingüe de las Regiones Loreto y Amazonas. Por tanto, más allá de la polémica que pueda generar, esta yupana es ya un instrumento que está contribuyendo a la mejora de la práctica pedagógica en muchas escuelas bilingües de la Amazonía Peruana.

No obstante, el uso del material ha de ser consensuado por el equipo docente de profesores para definir cuál ha de ser la forma óptima de aplicación: grupos flexibles o individualizados. Del material didáctico yupana se puede pasar a usar progresivamente recursos de la cultura del Perú antiguo como quipus y tocapus. Se pueden usar el modelo Pereyra (1990) para grados superiores de primaria. Aunque los objetivos de la investigación han sido cumplidos no se estudió el vector comercial del producto Material didáctico yupana, construido en tableros de 7 mm (espesor) de Etileno Vinil Acetato (microporoso), que está relacionado con el empaque, la distribución, la comercialización, el punto de venta, la comunicación y la publicidad del producto, entre otros aspectos, puesto que excedía los límites del trabajo, sin embargo es un aspecto importante que puede dar continuidad a esta investigación.

En función de los argumentos esgrimidos en esta discusión, nos preguntamos: ¿es viable la aplicación del material didáctico yupana en el funcionamiento ordinario de las clases de matemática?, ¿están abiertos los profesores a entrar en la dinámica de utilización de este material en sus clases?, ¿se podría generalizar la aplicación del material a una muestra más amplia de centros educativos y de grupos, teniendo en cuenta los resultados de esta investigación?

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Chambi, O. (2003). Sistemas contables en kipu y Yupana. En M. N. *Folklore, Reunión Anual de Etnología* (págs. 241-249). La Paz: Museo Nacional de Etnografía y Folklore.
- Chirinos, A. (2010). *Quipus del Tahuantinsuyo. Curacas, Incas y su saber matemático en el siglo XVI*. Lima: Comentarios SAC.
- Christie, J. (2009). Piedras talladas inka y yupanas: Una posible esencia compartida. *Andes Boletín del Centro de Estudios Precolombinos de la Universidad de Varsovia* 7, 525-545.
- Espinoza Soriano, W. (2011). *Los Incas. Economía y sociedad en la era del Tahuantinsuyo*. Lima: Amaru Editores.
- Guamán Poma de Ayala, P. (2011). *Nueva Crónica y Buen Gobierno*. Lima: Ebisa.
- Laurencich, L., & Rossi, E. (2007). La Yupana de la Nueva Corónica y las Yupanas de Exsul Imneritus Blas Valera Populo Suo. En L. Laurencich, & N. Paulina, *Subelevando el Virreinato* (págs. 375-422). Quito: Abya-Yala.
- Ministerio de Educación. (2013). *Unidad de Medición de la Calidad Educativa*. Recuperado el 25 de Enero de 2013, de [http://www2.minedu.gob.pe/umc/ece2011/Informes\\_ECE\\_2011/Informes\\_y\\_materiales\\_para\\_la\\_IE](http://www2.minedu.gob.pe/umc/ece2011/Informes_ECE_2011/Informes_y_materiales_para_la_IE)
- Moscovich, V. (2006). Yupana, tabla de contar inca. *Revista Andina*, 43, 93-127.
- Pereyra Sánchez, H. (1990). La Yupana, complemento operacional del quipu. En C. Mackey, *Quipu y Yupana* (págs. 235-255). Lima: Concytec.

Correo electrónico: rivich@hotmail.com