

Dificultades de aprendizaje de conjuntos finitos e infinitos en estudiantes de la carrera profesional de Matemática Aplicada

Learning Difficulties of Finite and Infinite Sets in Applied Mathematics Professional Career students

Juan Carlos Broncano Torres¹, Sonia Alanya Pérez², Héctor Alexis Herrera Vega¹, Alexander Abel Bonifacio Castro³, Medalit Nieves Salcedo Rodríguez⁴, Mateo Dolores Pérez Vásquez¹

RESUMEN

Objetivo: Identificar las dificultades de aprendizaje relacionadas con el concepto de conjunto finito e infinito detectadas en los estudiantes de la carrera profesional de Matemática Aplicada de la Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión. **Materiales y métodos:** Se empleó la técnica de la encuesta con 20 ítems medidos a través de una escala Likert, con 3 valores, además dos test con 8 interrogantes, aplicados al inicio de la segunda semana y al finalizar la cuarta semana. **Resultados:** La evidencia señala que el 25% utiliza símbolos especializados para comunicar sus ideas, el 35% no utiliza adecuadamente la lógica de segundo orden para comprender definiciones y propiedades, el 10% utiliza esquemas y diagramas relacionales para estimular su comprensión y razonamiento. Por último, el 30% no utilizó los teoremas verificados como instrumento de su razonamiento. **Conclusiones:** Se identificó que el 80% de los estudiantes conciben el concepto de conjunto finito como consecuencia metafórica del lenguaje natural y el 20% como proceso constructivo representacional del lenguaje formal.

Palabras clave: Conjunto finito, lenguaje formal, dificultad de aprendizaje.

ABSTRACT

Objective: To identify the learning difficulties related to the concept of finite and infinite set detected in the students of the professional career of Applied Mathematics of the Jose Faustino Sanchez Carrion National University. **Materials and methods:** The survey technique was used with 20 items measured through a Likert scale, with 3 values, plus two tests with 10 questions, applied at the beginning of the second week and at the end of the fourth week. **Results:** The evidence indicates that 25% use specialized symbols to communicate their ideas, 35% do not adequately use second-order logic to structure and understand proofs, 10% use diagrams and relational diagrams to stimulate their understanding and reasoning. Finally, 30% did not use the verified theorems as an instrument of their reasoning. **Conclusions:** It was identified that 80% of the students conceive the concept of a finite set as a metaphorical consequence of natural language and 20% as a representational constructive process of formal language.

Keywords: Finite set, formal language, learning difficulty.

Recibido 10/05/2022 Aprobado 01/06/2022

Este es un artículo de acceso abierto, distribuido bajo los términos de la Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)



¹Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión-Huacho, Perú, ORCID: 0000-0002-7148-4554 jbroncano@unifsc.edu.pe

²Universidad Peruana Cayetano Heredia, Lima, Perú, ORCID: 0000-0002-6515-8314 sonia.alanya@upch.pe

³Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú, ORCID: 0000-0002-2243-3013 abonifacioc@uni.edu.pe

⁴Universidad Privada de Tacna, Tacna, Perú, ORCID: 0000-0001-7790-6482 ms2022074829@virtual.upt.pe

INTRODUCCIÓN

Como resultado del confinamiento debido a la pandemia del COVID 19, la experiencia de aprendizaje de los estudiantes de la carrera profesional de Matemática Aplicada de la Facultad de Ciencias de la UNJFSC se ha visto confrontada entre la realidad física y la realidad virtual, en consecuencia, una de las estrategias usadas para la comprensión y el entendimiento de los nuevos conocimientos matemáticos, en particular, el concepto de conjunto finito, es el uso de metáforas, que busca explicar con ayuda del lenguaje cotidiano definiciones propias de la matemática. En tal sentido, el desuso de los símbolos para designar objetos y expresar definiciones conduce a error y confusión para la construcción y de construcción conceptual.

La Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión, mediante Resolución de Consejo Universitario N° 0237-2020-CU-UNJFSC aprueba el modelo de orientación para el aprendizaje de una asignatura virtual con la finalidad de optimizar estrategias y procedimientos enmarcados en modelos pedagógicos coherentes con la naturaleza de la asignatura. Por lo tanto; en el desarrollo del curso Análisis Real de la carrera profesional de Matemática Aplicada se ha tomado como marco de referencia a la teoría APOE (Acción-Proceso-Objeto-Eschema) para la construcción del concepto matemático denominado conjunto finito.

La teoría APOE, “es una teoría de corte constructivista y se basa en la idea fundamental de abstracción reflexiva de Piaget utilizada como clave en la construcción de conocimiento” (Kú & Nuñez, 2015, p.46).

En el caso del conjunto finito, al realizar cuestiones específicas referentes al tema como, por ejemplo, ¿La finitud es una propiedad aritmética o conjuntista?, ¿Cuándo se dice qué un conjunto es finito?, ¿Cómo contar objetos de un conjunto?, se considera a la finitud como objeto matemático de construcción y reflexión. En tal sentido, dicho objeto extiende una red de conexiones de índole, operacional y relacional dentro de un cuerpo teórico particular.

Existen diversas investigaciones como la de Lasnibat *et al* (2021), que analizan las estructuras mentales del estudiante cuando comparan de manera iterativa el cardinal del conjunto de los números naturales y el cardinal del conjunto de los números enteros. Dicho estudio se fundamenta en los objetos mentales residuales que se extraen durante el proceso de aprensión de la dualidad finito-infinito.

Por su parte, Suárez *et al* (2021) propone a la teoría APOE como “herramienta idónea para analizar, evaluar, diseñar e implementar estrategias didácticas con la finalidad de inferir las estructuras mentales necesarias en los estudiantes del noveno grado de educación básica para la comprensión del concepto de recta” (p.76).

Por lo tanto; el objetivo del presente estudio fue identificar

las dificultades de aprendizaje relacionadas con el concepto de conjunto finito e infinito en los estudiantes de la carrera Profesional de Matemática Aplicada.

MATERIALES Y MÉTODOS

La población de estudio estuvo conformada por los estudiantes de la carrera profesional de Matemática Aplicada de la Facultad de Ciencias de la UNJFSC. La muestra corresponde al total de estudiantes que registraron matrícula en el curso Análisis Real durante el semestre académico 2019-2021. El muestreo es no aleatorio y conformada por 35 estudiantes.

Los indicadores utilizados para determinar las dificultades de aprendizaje relacionados con el concepto de conjunto finito-infinito son los propuestos por Martínez y Esquivel, (2017): “Caracterización del concepto, comparación del concepto, jerarquización del concepto y concreción del concepto” (p. 128). Además; los instrumentos utilizados para obtener información acerca de estos indicadores son: 1) el diario de campo cuya finalidad fue validar el problema de investigación, 2) el logro de la sesión de clase, 3) los momentos de la experiencia de aprendizaje establecidos por la teoría APOE, 4) la comunicación con los estudiantes, 5) la atención a situaciones imprevistas, 6) la planeación didáctica y el trabajo colaborativo, 7) una encuesta estructura con 20 preguntas, medidos a través de una escala Likert, con 3 valores (de acuerdo, desacuerdo, indiferente), y 8) El test de aprovechamiento.

El cuestionario utilizado fue adaptado del propuesto por Tsamir y Dreyfus (2005). La confiabilidad del instrumento arrojó un Alfa de Cronbach igual a 0.78, con la cual asegura coherencia interna y fiabilidad. El cuestionario, consta de 20 afirmaciones, 8 redactadas de forma positiva, 4 de forma indiferente y 8 de manera negativa.

El cuestionario fue aplicado de manera virtual al total de la muestra, con el propósito de recopilar información sobre la actitud del estudiante ante el uso adecuado de la lógica de segundo orden, el uso de esquemas y diagramas para estimular la comprensión y el razonamiento.

De acuerdo al criterio de división en subintervalos, según la puntuación media (PM) de cada afirmación del cuestionario se realizó la siguiente partición: valoración negativa (VN): $(1,00 < PM \leq 2,32)$; valoración indiferente (VI): $(2,32 < PM \leq 3,65)$ y valoración positiva (VP): $(3,65 < PM \leq 5,00)$. Con la finalidad de representar el porcentaje de estudiantes según su valoración. Así es que se obtuvo un 59% tienen una actitud indiferente ante el uso adecuado de la lógica de segundo orden, el uso de esquemas y diagramas para estimular la comprensión y el razonamiento, seguido por un 32% de estudiantes que tiene una actitud positiva ante el uso adecuado de la lógica de segundo orden, el uso de esquemas y diagramas para estimular la comprensión y el razonamiento y teniendo un 9% de estudiantes que

muestran una actitud negativa ante el uso adecuado de la lógica de segundo orden, el uso de esquemas y diagramas para estimular la comprensión y el razonamiento. Por lo que podemos concluir que un 68% de estudiantes no encuentran satisfacción o utilidad en el aprendizaje de las matemáticas.

El test de aprovechamiento, cuya finalidad fue buscar la existencia de regularidades en el entendimiento referente a la finitud e infinitud de los conjuntos. Para tal efecto, se planteó 8 interrogantes, aplicado al inicio de la segunda semana y al finalizar la cuarta semana.

Tabla 1

Preguntas propuestas en los test de aprovechamiento

| temas | Preguntas |
|---------------------------------------|--|
| Recta | ¿Es un conjunto finito o infinito? Explique |
| Números primos | ¿Es un conjunto finito o infinito? Explique |
| intervalo | ¿El intervalo $(0,1)$ es finito o infinito? Explique |
| Conjuntos abstractos | Si el conjunto A es finito entonces ¿podrá existir infinito? Explique |
| Circunferencia y recta | ¿Existe una biyección entre ambos? |
| Conjuntos abstractos | Si $D \subset C$ y D es infinito entonces $D - C$ ¿puede ser finito? |
| Números pares e impares | ¿Existe una biyección entre ambos conjuntos? |
| Números naturales e intervalo $[0,1]$ | ¿Existe una biyección entre ambos? Justifique su afirmación |

Por último, para evaluar si las dificultades de entendimiento reflejadas en el test de aprovechamiento se corresponden con sus calificaciones, se realizó una entrevista semiestructurada donde se abordaron preguntas de tipo: cerradas, abiertas e interpretativas. La primera parte de las preguntas buscó aclarar algunos aspectos de las respuestas que habían quedado poco claros, eran dudosos o no habían sido explicitados detalladamente. Es necesario indicar que la entrevista se enfocó al esclarecimiento de respuestas contradictorias y buscó la explicación por parte del estudiante las posibles causas de dichas incoherencias.

RESULTADOS

Del total de 35 estudiantes de la carrera profesional de Matemática Aplicada de la UNJFSC matriculados durante el semestre académico 2019-2021, el 25% utiliza símbolos especializados para comunicar sus ideas, el 35% no utiliza adecuadamente la lógica de segundo orden para comprender definiciones y propiedades, el 10% utiliza esquemas y diagramas relacionales para

estimular su comprensión y razonamiento. Además, el 30% no utilizaba los teoremas como instrumento de inferencia y razonamiento. Por último, se identificó que el 80% de los estudiantes conciben el concepto de conjunto finito como consecuencia metafórica del lenguaje natural y el 20% como proceso constructivo representacional del lenguaje formal. En ese sentido un 59% tienen una actitud indiferente ante el uso adecuado de la lógica de segundo orden, el uso de esquemas y diagramas para estimular la comprensión y el razonamiento, seguido por un 32% de estudiantes que tienen una actitud positiva ante el uso adecuado de la lógica de segundo orden, el uso de esquemas y diagramas para estimular la comprensión, el razonamiento y teniendo un 9% de estudiantes que muestran una actitud negativa ante el uso adecuado de la lógica de segundo orden. Por lo que tenemos que concluir que un 68% de estudiantes no encuentran satisfacción o utilidad en el aprendizaje de las matemáticas.

DISCUSIÓN

Los resultados de esta investigación contradicen la conclusión de Pozo y Carretero (1987), quienes afirman que “las dificultades del aprendizaje de conceptos matemáticos tales como la finitud, es el resultado de la resistencia a los cambios y a nuevas articulaciones generadas con nuevos conocimientos” (p. 128). Sin embargo, complementa la conclusión de Belmonte (2009) “los modelos intuitivos ya consolidados en los estudiantes operan frente a la adquisición de nuevos conocimientos frente a variaciones contextuales o de representación” (p.75).

CONCLUSIÓN

Del análisis y la discusión se identificó que el 80% de los estudiantes de la carrera profesional de Matemática Aplicada conciben el concepto de conjunto finito e infinito como consecuencia metafórica del lenguaje natural y el 20% como proceso constructivo representacional del lenguaje formal. Por lo tanto; las dificultades de aprendizaje de los estudiantes referente a los conjuntos finitos e infinitos se deben esencialmente a los siguientes obstáculos: Por parte de los estudiantes, 1) poco uso de esquemas y diagramas, 2) poco conocimiento de la lógica de segundo orden, 3) falta de estrategias para organizar información teórica. Por parte del ejercicio docente, 1) falta de identificación de los estilos de aprendizaje de los estudiantes, 2) poco uso de estrategias metodológicas centradas en los registros de representación semiótica, 3) poco uso de estrategias de aprendizaje basado en problemas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Belmonte, J. (2009). *Modelos Intuitivos y Esquema Conceptual del Infinito*. (Tesis de Doctorado). Universidad de Salamanca, España <https://gredos.usal.es/handle/10366/76247>
- Kú, D. y Núñez, D. (2018). La Teoría APOE en el desarrollo de competencias matemáticas en

- secundaria. Memoria de la XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa. La Profesionalización Docente desde los Posgrados de Calidad en Matemática Educativa. 45-48. <http://funes.uniandes.edu.co/16743/1/Nu%C3%B1ez2015La.pdf>
- Lasnibat, T., Flores, M., y Puraivan, E. (2021). Un enfoque cognitivo en la comprensión de la comparación entre los cardinales del conjunto de los números naturales y el conjunto de los números enteros en estudiantes de secundaria. *Revista Educación Matemática*, 33 (2), 147-172. <https://doi.org/10.24844/em3302.06>
- Martínez, R y Esquivel, J. (2017). Estrategias didácticas basadas en ideogramas cuaternarios para mejorar la conceptualización matemática en estudiantes universitarios. *Revista Ciencia y Tecnología*, 13 (1), 123-134. <https://revistas.unitru.edu.pe/index.php/PGM/article/view/1851/1785>
- Pozo, J. I., Carretero, M. (1987). "Del pensamiento formal a las concepciones espontáneas: ¿Qué cambia en la enseñanza de la ciencia?", *Infancia y Aprendizaje*. 38 (74) 38-50.
- Suárez, D., Sepúlveda, O., y Suárez, O. (2021). La comprensión de la Recta desde la Teoría APOE. *Revista REDIPE*, 10 (9), 371-387. <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i9.1449>
- Tsamir, P., & Dreyfus, T. (2005). How fragile is consolidated knowledge? Ben's comparisons of infinite sets. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24 (1), 15-38.

