

Modelo Semiempírico para la Viscosidad Cinemática en Función de la Temperatura de Aceites Lubricantes Castrol SAE – 40

Semi-empirical model for the Kinematic Viscosity as a Function of Temperature Lubricating Oils Castrol SAE - 40

Mirtha Soledad, Ferrer Ventocilla¹, Carlos Job, Fiestas Urbina²

RESUMEN

Objetivo. Investigar el modelo semiempírico, que mejor represente la viscosidad cinemática del aceite CASTROL SAE – 40. **Métodos.** Se empleó datos experimentales de la viscosidad en función de la temperatura en el rango (10 – 170)(°C) y el programa de cómputo FIX-RHEOL-01. **Resultados.** Los parámetros obtenidos para el modelo físico estadístico de la forma:

$$\eta = \eta_0 T^m \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT}\right)$$

Son: $m = 30$, $\eta_0 = 7,01E-96$ (St/Km), $E_{vis} = 121916,60$ (J/mol), $T_{min} = 488,77$ (K) y la constante universal de los gases ideales $R = 8,31451$ (J/mol/K). **Conclusiones.** El rango de validez recomendado es (273,15 K – 488,77 K). El error porcentual promedio de las predicciones, en el rango de los datos experimentales, es 8,58%.

Palabras clave: Modelo semiempírico, Viscosidad cinemática, Temperatura, Aceites Lubricantes.

ABSTRACT

Objective. Investigate the semi-empirical model that best represents the kinematic viscosity of oil CASTROL SAE - 40. **Methods.** Viscosity experimental data was used depending on the temperature in the range (10-170) (° C) and the computer program Rheol-FIX-01. **Results.** The parameters obtained for statistical physical model of the form:

$$\eta = \eta_0 T^m \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT}\right)$$

They are: $m = 30$, $\eta_0 = 7.01 E-96$ (St / Km), $E_{vis} = 121916.60$ (J / mol), $T_{min} = 488.77$ (K) and the universal ideal gas constant $R = 8. 31451$ (J / mol / K). **Conclusions.** The recommended range of validity is (273.15 K - 488.77 K). The average percentage error prediction, in the range of experimental data is 8.58%.

Keywords: semi-empirical model, kinematic viscosity, temperature, Lubricating Oils.

¹ Universidad Alas Peruanas, Filial Huacho.

² Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión, Huacho.

INTRODUCCIÓN

Los aceites lubricantes se fabrican con la finalidad de establecer contacto entre dos partes móviles de una máquina para evitar el desgaste abrasivo, su eficacia depende de su viscosidad y de la temperatura de trabajo. En los lubricantes la viscosidad disminuye con la temperatura a la cual elaboran perdiendo eficacia. Por esta razón es importante conocer la viscosidad de los lubricantes en función de la temperatura a la cual trabajan, para hacer una correcta aplicación teniendo en consideración las condiciones de trabajo del aceite.

El comportamiento viscoso de los líquidos es muy distinto al de los gases. Por ejemplo, mientras que en un gas la viscosidad aumenta al elevarse la temperatura, la viscosidad de los líquidos disminuye. En 1913 el fisicoquímico español J. de Guzmán demostró por primera vez, de manera empírica, que la viscosidad sigue una ley del tipo de la de Arrhenius, resultado confirmado en 1916 por el propio Arrhenius, (Byron, Warren y Lightfoot, 2002). La ecuación que describe la viscosidad absoluta de los líquidos en función de la temperatura, es la siguiente.

$$\mu = \frac{N_a k_B T}{A'_{vis} V_m} e^{\epsilon_0/k_B T} = \frac{RT}{A'_{vis} V_m} e^{\frac{E_{vis}}{RT}} \dots \dots (1.1)$$

La viscosidad cinemática es definida por la siguiente expresión.

$$\eta = \frac{\mu}{\rho} \dots \dots (1.2)$$

La densidad para una sustancia homogénea es definida por

$$\rho = \frac{M}{V} \dots \dots (1.3)$$

El volumen molar, se define por la expresión siguiente

$$V_m = \frac{V}{n} \dots \dots (1.4)$$

Donde,

M: Masa

V: Volumen

n: Numero de moles

μ : Viscosidad absoluta

η : Viscosidad Cinemática

ρ : Densidad del fluido

Combinando las tres últimas expresiones (1.2, 1.3 y 1.4) en la expresión para la viscosidad absoluta (1.1), obtenemos:

$$\eta = \frac{\mu}{\rho} = \frac{RT \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT}\right)}{A'_{vis} V_m \rho} = \frac{RT \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT}\right)}{A'_{vis} \left(\frac{V}{n}\right) \left(\frac{M}{V}\right)}$$

$$\eta = \frac{RT \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT}\right)}{A'_{vis} \left(\frac{M}{n}\right)}$$

$$\eta = \frac{RT \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT}\right)}{A'_{vis} PM} \dots \dots (1.5)$$

Donde,

PM: Peso molecular del líquido.

Se ha medido utilizando un viscosímetro de Engler, los datos experimentales de viscosidad cinemática que corresponden a temperaturas en el rango entre 10 – 160 °C, para el aceite lubricante marca CASTROL SAE 40, utilizado en maquinaria automotriz. Los resultados se muestran en la Tabla 1 y en la Figura 1.

Partes del Viscosímetro y Procedimientos:

1. Tiene un recipiente externo (baño de maría).
2. Tiene un recipiente interno (donde se coloca el líquido a prueba).
3. Varita de obturación (para obturar el capilar a través del cual escurre el líquido de prueba).
4. La viscosidad del líquido de prueba es directamente proporcional al tiempo de escurrimiento, este se mide empleando un cronómetro.
5. También disponemos de dos termómetros uno para medir la temperatura del baño de maría y otro para medir la temperatura del líquido de prueba.

6. El líquido de prueba va a escurrir en un vaso de precipitado pyrex de 1000 cm³.
7. Para dimensionar la muestra contamos con un matraz pyrex de 300 cm³ donde depositamos una muestra de líquido de prueba de 200 cm³.
8. Rodeando la base del recipiente externo está incorporada una resistencia eléctrica de 500 watt para calentar el baño de maría que a la vez calentará el líquido de prueba hasta la temperatura deseada.
9. Se llena el recipiente interno con 200 cm³ del líquido de prueba. Luego se calienta hasta la temperatura deseada mediante el baño de maría agitando el líquido para homogenizar la temperatura.
10. Se saca la varita de obturación y se toma el tiempo de vaciado del líquido de prueba.
11. La viscosidad de líquido se expresa en grados de Engler (°E) que es igual al ratio entre el tiempo vaciado del líquido de prueba entre tiempo de vaciado de 200 cm³ de agua destilada a 20 °C.

Tabla 1.
 Datos experimentales de viscosidad en función de la temperatura para aceite lubricante CASTROL SAE 40, (Ferrer, 2011, Ferrer y Fiestas, 2011)

i	O _i (°C)	H _i (°E)	η _i (St)
1	14,5	670,033	48,97
2	22,5	478,568	34,97
3	25,5	379,761	27,744
4	37,5	191,837	13,99
5	43,3	128,592	0,9351
6	53,5	76,401	0,5503
7	68,5	46,93	0,3296
8	85,8	28,124	0,1832
9	90,0	26,515	0,17
10	100,0	18,806	0,1039
11	110,0	16,773	0,085
12	120,0	16,18	0,0793
13	134,0	13,554	0,0525
14	134,0	13,554	0,0525
15	150,0	13,215	0,0489
16	159,5	13,808	0,0552

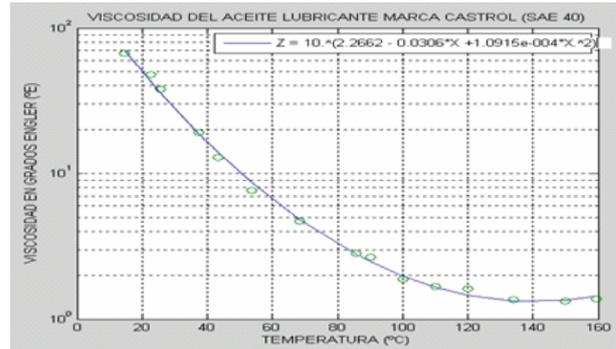


Figura 1. Viscosidad expresada en Stokes (St), en función de la temperatura para aceite lubricante CASTROL SAE 40, (Ferrer, 2011; Ferrer y Fiestas, 2011).

MÉTODOS

Método del punto mínimo, (Ferrer, 2011; Ferrer y Fiestas, 2011)

Este método utiliza el punto mínimo de la ecuación empírica, para determinar la temperatura T_{min} a la que ocurre el mínimo de la viscosidad del líquido, y la viscosidad mínima correspondiente. Utilizando luego el modelo físico estadístico, trabajando en la expresión para el punto mínimo, obtenemos la energía de activación E_{vis} y el factor pre exponencial η_o.

A) En el punto mínimo, de la función que representa el modelo de viscosidad cinemática para líquido.

$$\eta(T) = \eta_o T \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT}\right) \dots \dots (2.1).$$

$$\frac{d\eta}{dT} = 0$$

$$\eta_o \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT_{min}}\right) - \frac{\eta_o}{RT_{min}} \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT_{min}}\right) = 0$$

$$E_{vis} = RT_{min} \dots \dots (2.2)$$

La viscosidad cinemática obtenida experimentalmente se ha ajustado a una función exponencial de la forma.

$$\eta(T) = 10^{A+BT+CT^2} \dots \dots (2.3)$$

La viscosidad η es mínima cuando el exponente p=A+BT+CT² es mínimo.

$$\frac{dp}{dT} = B + 2 CT$$

Para η mínimo $dp/dt = 0$

$$T_{min} = -\frac{B}{2C} (^\circ C) \dots \dots (2.4)$$

Reemplazando el valor de T_{min} ($^\circ C$) en la expresión para la energía de activación viscosa Evis, podemos obtener el valor de esta para el lubricante ensayado.

$$E_{vis} = -R \left(\frac{B}{2C} + 273,15 \right) (K) \dots \dots (2.5)$$

B) El coeficiente pre exponencial lo obtenemos del siguiente modo. Obtenemos la viscosidad mínima a partir de la correlación empírica.

$$\eta_{min} = 10^{A+BT_{min}+CT^2_{min}} \dots \dots (2.6)$$

Obtenemos la viscosidad mínima a partir del modelo físico estadístico.

$$\eta_{min} = \eta_0 T_{min} \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT_{min}}\right) \dots \dots (2.7)$$

A partir del cual despejamos el coeficiente pre exponencial η_0 .

$$\eta_0 = \frac{\eta_{min}}{T_{min} \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT_{min}}\right)} \dots \dots (2,8)$$

Resultando la expresión.

$$\eta_0 = \frac{10^{A+BT_{min}+CT^2_{min}}}{T_{min} \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT_{min}}\right)} \dots \dots (2,9)$$

Las temperaturas en el numerador están expresadas en ($^\circ C$) y en el denominador están expresadas en (K).

Método de ajuste al modelo de Arrhenius

Los datos experimentales (T_i, η_i), se utilizan para ajustar el modelo de Arrhenius, haciendo variar el factor pre exponencial (η_0) y la energía de activación (Evis), por el método de mínimos cuadrados. Esta operación se realizó con la aplicación FIX-RHEOL-01, creada por los

autores. De este ajuste se obtienen los parámetros η_0 y Evis.

El modelo de Arrhenius es dado por la siguiente expresión, (Laidler y Meiser, 2007).

$$\eta = \eta_0 \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT}\right) \dots \dots (2,10)$$

Método de ajuste al modelo físico estadístico

Los datos experimentales (T_i, η_i), se utilizan para ajustar el modelo físico estadístico, haciendo variar el factor pre exponencial (η_0) y la energía de activación (Evis), por el método de mínimos cuadrados. Esta operación se realizó con la aplicación FIX-RHEOL-01, creada por los autores, basado en el lenguaje Matlab 7.0, (Gutipa y Gutierrez, 2007). El exponente “m” de la temperatura como factor pre exponencial se prefija. De este ajuste se obtienen los parámetros η_0 y Evis, para un exponente “m”.

El modelo físico estadístico es dado por la siguiente expresión.

$$\eta = \eta_0 T^m \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT}\right) \dots \dots (2,11)$$

RESULTADOS

Método del punto mínimo

Los valores obtenidos para los parámetros de la muestra de aceite lubricante estudiada son los que se presentan en la tabla 2.

Tabla 2. Parámetros obtenidos con el método del punto mínimo

Aceite Castrol SAE 40					
A	B (1/ $^\circ C$)	C (1/ $^\circ C^2$)	E _{vis} (J/mol)	η_0 (St/K)	Tmin ($^\circ C$)
11,392	-0,0303	9,38E-01	3613,7	4,17E-02	161,473
R=8,31451(J/mol/K)					

Comparamos los valores alcanzados experimentalmente con aquellos obtenidos con la fórmula empírica y aquellos logrados con el modelo físico estadístico. Los resultados se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Evaluación del error porcentual de predicción de la fórmula empírica y del modelo físico estadístico, en el método del punto mínimo.

i	Ti (°C)	Ti (K)	η_i (St)	η_{emp} (St)	ERR.POR. (%)	η_{mod} (St)	ERR.POR. (%)
1	14,5	287,65	4,897	5,24	6,6	0,0544	8903,01
2	22,5	295,65	3,497	3,2	9,33	0,0537	6416,22
3	25,5	298,65	2,7744	2,68	3,66	0,0534	5093,95
4	37,5	310,65	1,399	1,36	2,55	0,0525	2563,49
5	43,3	316,45	0,9351	1,01	7,16	0,0522	1693,06
6	53,5	326,65	0,5503	0,61	10,07	0,0516	967,05
7	68,5	341,65	0,3296	0,32	3,3	0,0509	547,8
8	85,8	358,95	0,1832	0,17	7,84	0,0503	264,38
9	90,0	363,15	0,17	0,15	14,36	0,0502	238,03
10	100,0	373,15	0,1039	0,11	6,85	0,0499	108,17
11	110,0	383,15	0,085	0,09	2,74	0,0497	70,97
12	120,0	393,15	0,0793	0,07	10,92	0,0496	60
13	134,0	407,15	0,0525	0,06	9,54	0,0494	6,25
14	134,0	407,15	0,0525	0,058	9,54	0,0494	6,25
15	150,0	423,15	0,0489	0,05	3,6	0,0493	0,86
16	159,5	432,65	0,0552	0,05	11,86	0,0493	11,96
PROMEDIO =					7,49		1684,52

Método de ajuste al modelo de Arrhenius

Los valores obtenidos para los parámetros de la muestra de aceite lubricante estudiado, se presentan en la tabla 4.

Tabla 4. Parámetros obtenidos para el modelo de Arrhenius

η_0 (St/K ^m)	Elvis (J/mol)	Tmin (K)	TIPO DE MODELO
1,92E-01	347,829,898	NO EXISTE	Arrhenius

Comparamos los valores obtenidos experimentalmente con aquellos obtenidos con el modelo de Arrhenius. Los resultados se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5. Evaluación del error porcentual de predicción de la fórmula de Arrhenius.

i	Ti (°C)	Ti (K)	η_i (St)	$\langle \eta \rangle$ (St)	ERR.POR. (%)
1	14,5	287,65	4,90E+00	3,98E+00	23,15
2	22,5	295,65	3,50E+00	2,68E+00	30,35
3	25,5	298,65	2,77E+00	2,33E+00	19,21
4	37,5	310,65	1,40E+00	1,36E+00	3,27
5	43,3	316,45	9,35E-01	1,06E+00	11,65
6	53,5	326,65	5,50E-01	7,01E-01	21,44
7	68,5	341,65	3,30E-01	3,99E-01	17,43
8	85,8	358,95	1,83E-01	2,21E-01	17,2
9	90,0	363,15	1,70E-01	1,93E-01	12,08
10	100,0	373,15	1,04E-01	1,42E-01	26,83
11	110,0	383,15	8,50E-02	1,06E-01	19,79
12	120,0	393,15	7,93E-02	8,03E-02	1,22
13	134,0	407,15	5,25E-02	5,57E-02	5,71
14	134,0	407,15	5,25E-02	5,57E-02	5,71
15	150,0	423,15	4,89E-02	3,78E-02	29,52
16	159,5	432,65	5,52E-02	3,04E-02	81,66
Σ					20,39

Método de ajuste al modelo físico estadístico

Los valores obtenidos para los parámetros de la muestra de aceite lubricante estudiado, se presentan en la tabla 6.

Tabla 6. Parámetros obtenidos para el modelo físico estadístico.

m	$\eta_0 =$ (St/K ^m)	Evis = (J/mol)	Tmin = (K)	<ERROR> (%)
0	1,92E-06	180005,68	NO EXISTE	20,39
1	2,005E-09	37687,44	4532,73	19,8
2	2,09E-12	40591,90	2441,03	19,21
3	2,19E-15	43496,35	1743,79	18,63
5	2,38E-21	49305,26	1186,01	17,47
10	2,96E-36	63827,53	767,66	14,68
15	3,67E-51	78349,80	628,22	11,97
20	4,55E-66	98872,06	558,49	9,94
25	5,65E-81	107394,33	516,66	8,93
28	6,43E-90	116107,69	498,73	8,71
29	6,71E-93	119012,15	493,58	8,64
30	7,01E-96	121916,60	488,77	8,59
31	7,32E-99	124821,05	484,27	8,63
32	7,64E-102	127725,51	480,06	8,68
35	8,70E-111	136438,87	468,85	8,82
40	1,08E-125	150961,14	453,91	9,43
45	1,34E-140	165483,41	442,29	10,72
50	1,66E-155	180005,68	432,99	12,97

Notamos que el ajuste de menor error, es aquel que corresponde a la potencia de la temperatura en el factor pre exponencial m = 30. En la Figura 2 se muestra el error del ajuste en función del grado de la temperatura en el factor pre exponencial y en la Figura 3 se muestra el contraste entre las curvas de viscosidad cinemática versus temperatura obtenidas con la correlación empírica y con la correlación semiempírica correspondiente al modelo físico estadístico.

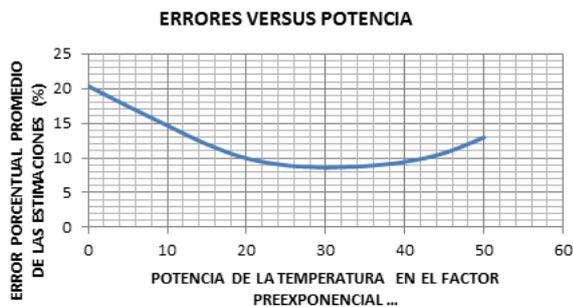


Figura 2. Errores de ajuste versus valor de la potencia m de la temperatura en el factor pre exponencial

A continuación mostramos las gráficas de las ecuaciones empírica y semiempírica de la viscosidad del aceite CASTROL SAE-40 en función de la temperatura. Se nota que ambas dan buenas predicciones en el rango de los datos experimentales (10 -170 °C), pero las predicciones son cada vez más divergentes para temperaturas mayores.

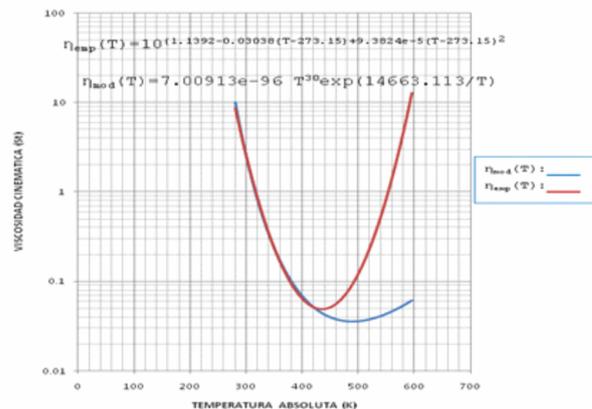


Figura 3. Gráficas de la viscosidad versus temperatura, SAE – 40, en el modelo físico estadístico (—) y la ecuación empírica (—).

DISCUSIÓN

Mejor modelo de ajuste

Analizando los resultados de los diferentes modelos propuestos, cuyos parámetros son presentados en las tablas 2, 3 y 6, escogemos como mejor modelo de ajuste, aquel para el cual el error porcentual de la predicción es menor. Esto corresponde al modelo físico estadístico cuya potencia de la temperatura en el factor pre exponencial es $m = 30$, el cual queda expresado del siguiente modo para el aceite CASTROL SAE-40.

$$\eta(T) = 7,01e - 96 \left(\frac{St}{K^{30}} \right) T^{30} \exp \left(\frac{121916,60 \left(\frac{J}{mol} \right)}{8,31451 \left(\frac{J}{mol K} \right) T} \right) \dots \dots (4.1)$$

EjeHorizontal (Valor) Título

Para este modelo se recomienda el rango de validez desde 273,15 (K) hasta la temperatura mínima predicha por el modelo 488.77 (K). El error porcentual promedio de las predicciones, en el rango de los datos experimentales, es 8,58 (%). Para la ecuación empírica

$$\text{Log}_{10}(\eta(T)) = 13,7784 (St)10^{-0,0303 \left(\frac{1}{T} \right) + 9,3824 e^{-5 \left(\frac{1}{T^2} \right)} \dots \dots (4.2)$$

El rango de validez es (10 – 170 °C) y su error porcentual promedio de las predicciones, en el rango de los datos experimentales, es 7,49 (%). Esta ecuación no es apropiada para predecir la temperatura mínima y otros parámetros cinéticos de la viscosidad del líquido.

El modelo del punto mínimo

El modelo del punto mínimo posee las siguientes características:

- Es muy buena para predecir la viscosidad en el rango de las temperaturas de medición.
- Si la temperatura mínima no cae en el rango de las mediciones realizadas, la estimación de la temperatura mínima es muy mala, y el modelo falla en la obtención de los parámetros cinéticos de la viscosidad.

La ecuación semiempírica con datos frente a datos reportados por otros laboratorios

Según datos reportados por Widman International S.R.L., (2013), notamos una concordancia con los datos estimados por el modelo semiempírico para aceites lubricantes SAE-40, dentro de un error del 6,5 %. El error propio del ajuste del modelo a los datos experimentales es del orden del 8%.

Tabla 7. Datos comparativos de viscosidad cinemática para Aceites lubricantes SAE 40, a 100 °C.

Grado SAE	Viscosidad cinemática cSt@100°C (*)	Viscosidad cinemática cSt@100°C (**)
40	12,5 - 16,3	11,6932

(*): Referencia (<http://widman.biz/Seleccion/graficar.html>).
(**): Dato obtenido con la ecuación semiempírica obtenida en el presente reporte.

Significado de la potencia m de la temperatura en el factor pre exponencial

La potencia “m” de la temperatura en el factor pre exponencial representa la influencia de la temperatura en el comportamiento de la viscosidad como un gas.

El factor “m” es pequeño cuando la temperatura mínima de la viscosidad es alta, y crece a medida que la temperatura mínima disminuye (ver tabla 4).

El comportamiento de una sustancia como gas está definido por la temperatura de ebullición.

Esto significa que el factor m está relacionado con la temperatura de ebullición del líquido, punto en que el líquido se convierte en gas, y la viscosidad empieza a crecer con la temperatura.

El factor “m” debe presentar una dependencia con el inverso de la temperatura de ebullición del líquido.

Los parámetros de la ecuación empírica para predecir la viscosidad del aceite CASTROL SAE – 40, en el rango (10 – 170 °C), se presentan en la tabla siguiente.

Tabla 8. Parámetros obtenidos para el modelo físico estadístico de mejor desempeño para el aceite CASTROL SAE - 40

η_0 (St)	B (1/°C)	C (1/°C ²)	Tmin (K)	<ERROR> (%)
13,7784	-0,0303	9,3824e-5	161,4725	7,49

El mejor modelo para representar la viscosidad del aceite CASTROL SAE – 40, con menor error en la predicción de la viscosidad como función de la temperatura es el modelo físico

estadístico cuyos parámetros se describen en la tabla siguiente. El rango de validez recomendado es desde (273,15–488,77 K).

Tabla 9. *Parámetros obtenidos para el modelo físico estadístico de mejor desempeño para el aceite CASTROL SAE - 40*

m	η_0 (St/K ^m)	Evis (J/mol)	Tmin (K)	<ERROR> (%)
30	7,01E-96	121916,60	488,77	8,59

$$\eta = \eta_0 T^m \exp\left(\frac{E_{vis}}{RT}\right)$$

R = 8,31451 (J/mol/K)

El valor de la potencia “m” de la temperatura en el factor pre exponencial, está relacionado con la temperatura a la cual la viscosidad comienza a tomar un comportamiento monótono creciente con la temperatura del líquido, similar a un gas. Esto nos permite inferir que es dependiente de la temperatura de ebullición del líquido e inversamente proporcional a esta.

Recomiendo realizar una investigación experimental para relacionar la dependencia de la potencia “m” de la temperatura en el factor pre exponencial y la temperatura de ebullición de aceites lubricantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Byron B. R., Warren E. & Lightfoot E. (2002). Transport phenomena, New York: John Wiley & Sons, Inc.

Laidler K. & Meiser J. H. (2007). Físico Química, (Octava reimpresión). México D.F.: Grupo Editorial Patria.

Gutipa M. & Gutierrez M. (2007). Matlab7.0. Lima: Macro EIRL.

Ferrer M. S. (2011). *Determinación de la correlación empírica entre la viscosidad y la temperatura en aceites lubricantes marca CASTROL*. Tesis para optar el Título de Licenciada en Matemática Aplicada, Huacho: Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión.

Ferrer M. S. & Fiestas C. J. (2011). Sistema experimental para medir la viscosidad en función de la temperatura. *Infinitem...*, 2 (2), 31-37.

Correo Electrónico: ferrermsv@gmail.com